

LE COURANT GÉOSTROPHIQUE

Première partie Théorie pour les nuls en math

Le milieu marin est soumis à différentes forces externes et internes.

Les forces externes s'exercent aux limites du fluide. Ce sont :

- Les forces tangentielles exercées par le vent
- Le forçage thermo-halin (refroidissement de surface, évaporation ; il ne s'agit pas de forces, à proprement parler ; mais ces phénomènes induisent des variations de densité donc des modifications du champ de pression)

Les forces internes s'exercent sur toutes les particules d'eau. Elles comprennent :

- La gravité terrestre
- Le champ de pression interne (gradient de pression)
- Les forces génératrices de la marée (influence de la lune et du soleil)
- Les forces de frottement (viscosité)
- La force de Coriolis (force, en réalité fictive, liée au repérage des mouvements par rapport à un système de coordonnées terrestres)

Mathématiquement les forces externes fixent les conditions aux limites, mais n'interviennent pas dans les équations du mouvement. Sous l'effet conjoint des forces internes, une particule d'eau de masse m subit une accélération γ . Le produit $m \times \gamma$ est l'inertie qu'oppose la particule aux forces auxquelles elle est soumise.

$$\text{L'équilibre total est : } \quad \textit{inertie} = \left\{ \begin{array}{l} \textit{gravité} \\ + \textit{force de pression} \\ + \textit{force de Coriolis} \\ + \textit{force de marée} \\ + \textit{force de viscosité} \end{array} \right.$$

Bien entendu, il s'agit d'une égalité v ctorielle dans laquelle chaque force doit être caractérisée non seulement par son intensité mais aussi par sa direction dans l'espace.

La force de marée est faible. En certaines zones côtières elle produit des effets de résonance spectaculaires, mais a peu d'influence sur la circulation océanique générale. De même, au large, les forces de frottement peuvent être négligées. L'équation simplifiée du mouvement ou * quation du courant géostrophique* se résume alors à l'égalité :

$$\textit{inertie} = \left\{ \begin{array}{l} \textit{gravité} \\ + \textit{force de pression} \\ + \textit{force de Coriolis} \end{array} \right.$$

La gravité

La gravité g s'exerce à la verticale et n'a donc pas de composante horizontale. Sa valeur varie légèrement en fonction de la latitude et de l'immersion. Mais pour les calculs du courant géostrophique, elle peut être considérée comme constante : $g \approx 9,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. La force exercée par la gravité sur une parcelle d'eau de masse m est :

$$\text{force de gravité} = m \cdot g \quad (1)$$

La pression

Pression hydrostatique

La pression est une force par unité de surface. La pression hydrostatique régnant à la profondeur z , est due au poids de la colonne d'eau. Si la masse volumique ρ des eaux était la même à toute profondeur, on pourrait écrire :

$$p = \frac{\text{force}}{\text{surface}} = \frac{\rho \times g \times \text{volume}}{\text{surface}} = \rho \cdot g \cdot z$$

Or, même dans un océan homogène en salinité et en température, la masse volumique n'est pas constante : les eaux étant compressibles, ρ augmente avec la profondeur. La relation de l'hydrostatique n'est donc valable qu'au niveau infinitésimal (figure 1).

$$dp = \rho \cdot g \cdot dz \quad (2)$$

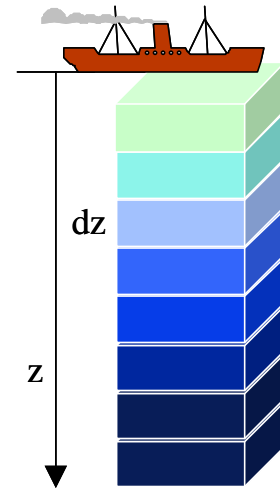


FIG. 1.— ρ augmente avec z .

Composante verticale de la force de pression

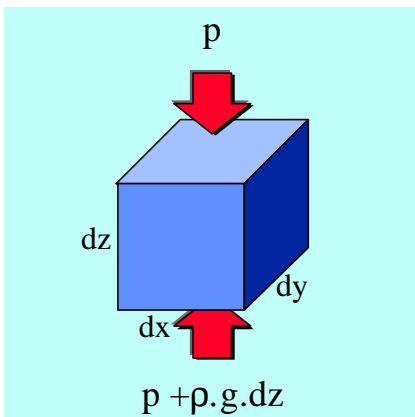


FIG. 2. — Pression hydrostatique et poussée d'Archimède.

La force de pression s'exerçant verticalement sur un élément de volume $v = dx \cdot dy \cdot dz$ est la résultante des forces appliquées sur les faces supérieure et inférieure du cube, de surface $dx \cdot dy$:

$$fp_z = p \cdot dx \cdot dy - (p + \rho \cdot g \cdot dz) \cdot dx \cdot dy$$

$$\text{force verticale de pression} = -\rho \cdot v \cdot g \quad (3)$$

C'est la poussée d'Archimède. Le signe négatif rappelle qu'elle est dirigée vers le haut.

Noter que ρ est la masse volumique de l'eau entourant l'élément de volume considéré ; si cet élément a la même masse volumique, son poids, $m \cdot g$, est équilibré par la poussée d'Archimède.

Composante horizontale de la force de pression

La pression varie aussi à l'horizontale, et ceci pour deux raisons (figure 3).

La première est que les eaux ne sont pas homogènes : les eaux froides et/ou très salées sont denses, alors que les eaux chaudes et/ou moins salées sont légères.

La deuxième est que la surface de la mer est parfois inclinée.

En fait, ces deux causes peuvent agir simultanément, ou s'opposer l'une à l'autre.

Il résulte que les surfaces

isobares, c'est à dire les surfaces d'équipression sont généralement inclinées par rapport à l'horizontale.

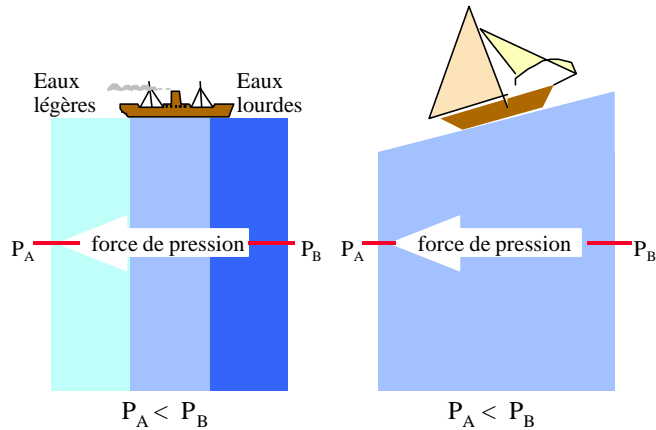


FIG. 3. — En allant du point A au point B situés sur une même horizontale, la pression peut diminuer, parce que la colonne d'eau est plus légère en A qu'en B, ou parce que la surface de la mer est inclinée.

Repérons nous à l'aide de 3 axes, 2 axes horizontaux, x et y , et un axe vertical z dirigé vers le bas. Orientons l'axe des x dans le plan passant par la ligne de plus grande pente des isobares locales (et l'axe des y selon les lignes de niveaux). La Fig. 4 en donne une représentation plane : les surfaces isobares sont vues par la tranche.

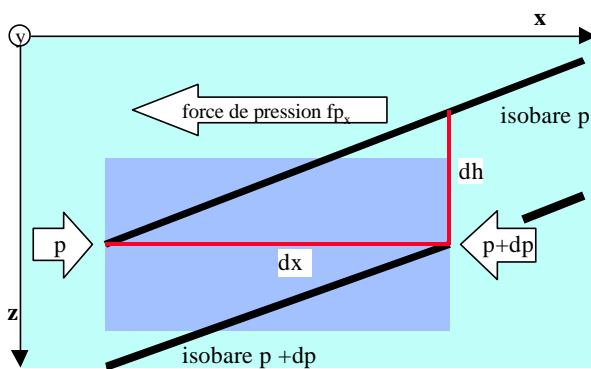


FIG. 4. — La force horizontale de pression s'exerce selon la ligne de pente des isobares, et vers l'aval.

Soit le volume $v = dx \cdot dy \cdot dz$ (seule la face avant est visible).

Appelons p l'isobare centrée sur la face gauche et $p + dp$ l'isobare centrée sur la face droite.

La force de pression horizontale s'exerçant sur l'élément de volume est la résultante des forces appliquées sur les faces gauche et droite, de surface $dy \cdot dz$, soit :

$$fp_x = -dp \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

dh étant la différence d'altitude à la verticale entre les isobares p et $p + dp$, on a d'après la loi de l'hydrostatique (2) : $dp = \rho \cdot g \cdot dh$. On peut donc écrire :

$$\text{force horizontale de pression} = -\rho \cdot g \cdot dh \cdot dy \cdot dz = -\rho \cdot v \cdot g \frac{dh}{dx} \quad (4)$$

Le rapport dh/dx représente la pente locale de l'isobare p . Le signe négatif indique que la force horizontale de pression s'exerce dans le sens de la pente descendante.

Rotation de la Terre

Un observateur immobile sur un man ge fait un tour complet d'horizon sans avoir besoin de bouger :   chaque tour de man ge, il effectue une rotation complète sur lui-même. S'il tient en main un pendule, il a l'impression que le plan d'oscillation du pendule tourne par rapport à des repères fixés au man ge (sur la Fig. 6 un cadran d'horloge posé à plat sur le plateau du man ge sert de repère). En réalité, le pendule est toujours orienté dans la même direction de l'espace et c'est le cadran de l'horloge qui tourne sur lui-même.

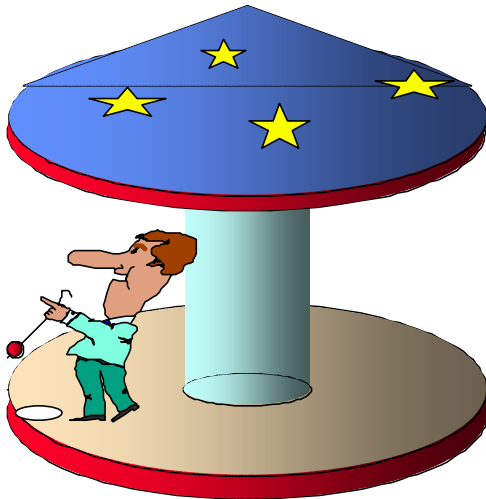


FIG. 5. — L'observateur immobile sur un man ge tourne en fait sur lui-même

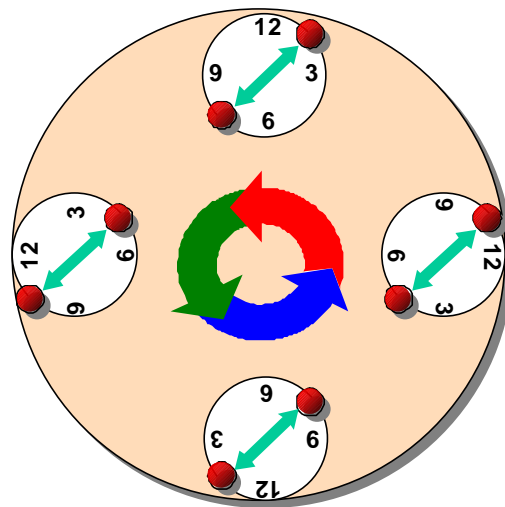


FIG. 6. — Le pendule semble tourner par rapport au cadran de l'horloge posée sur le man ge.

C'est la même chose pour le globe terrestre. Il tourne autour de l'axe des pôles en 23 h 56 min 04 sec (c'est la durée du *jour sidéral*).

Sa vitesse angulaire de rotation est :

$$\omega = 2\pi/86164 = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}.$$

Un point de la surface du globe, situé à la latitude φ , décrit un cercle autour de l'axe des p les avec une vitesse linéaire $r \cdot \omega$, ou en se référant au rayon terrestre $R \cdot \sin \varphi \cdot \omega$.

De plus, et c'est  a l'important, ce point tourne sur lui même avec la même vitesse angulaire ω (figure 7) et peut être considéré comme un centre de rotation autour duquel tourne son environnement local.

Mais ce mouvement de rotation est plus délicat à analyser que pour un man ge, car il se fait autour d'un axe local parallèle à l'axe des p les, et non selon un axe porté par la verticale locale.

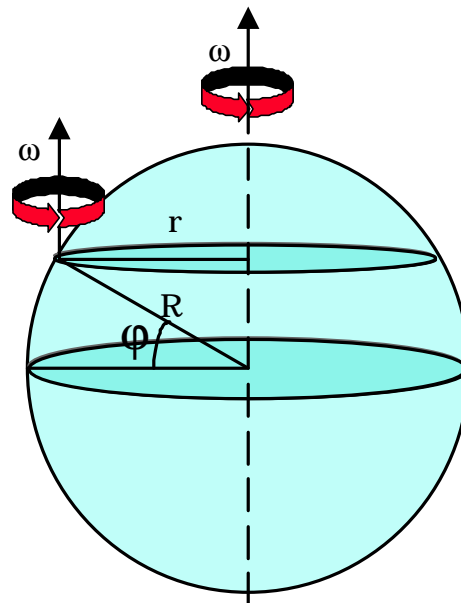


FIG. 7. — Rotation d'un point sur le globe.

Un terrien analysera ce mouvement comme étant la résultante de deux mouvements de rotation combinés : une rotation autour d'un axe vertical local et une rotation autour d'un axe horizontal local orienté Sud-Nord (figures 8 et 9).

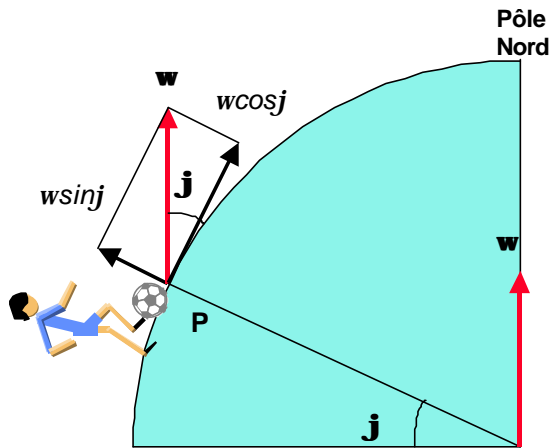


FIG. 8. — Décomposition du vecteur rotation $\vec{\omega}$ en une composante verticale $\omega \cdot \sin \varphi$ et une composante Sud-Nord $\omega \cdot \cos \varphi$.

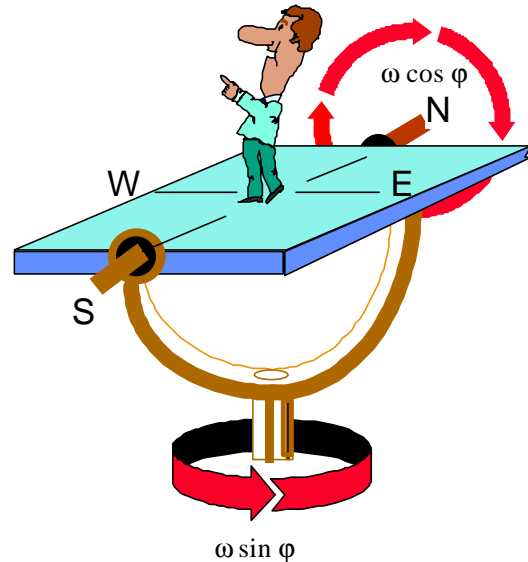


FIG. 9. — Une table montée sur cardan.

Les valeurs des composantes du vecteur rotation $\vec{\omega}$ obéissent à la loi des projections. La vitesse angulaire de rotation autour de l'axe vertical est égale à $\omega \cdot \sin \varphi$. La vitesse angulaire de rotation autour de l'axe Sud-Nord est égale à $\omega \cdot \cos \varphi$.

Pour un terrien situé dans l'hémisphère Nord, comme c'est le cas pour les figures 8 et 9, la rotation à l'horizontale autour de la verticale locale se fait de droite à gauche, c'est à dire en sens contraire des aiguilles d'une montre. Mais si le terrien était situé dans l'hémisphère Sud, la rotation se ferait, pour lui, dans le sens des aiguilles de sa montre, car il aurait "la tête en bas", par rapport à la situation précédente (par contre, le sens de la rotation $\omega \cdot \cos \varphi$ serait inchangé, car la direction Sud-Nord sert toujours de référence à l'observateur).

En 1851, le physicien Léon Foucault installe un pendule à la coupole du Panthéon et invite le public "  venir voir tourner la terre". Le pendule pèse 28 kg et est suspendu à un fil d'acier de 67 m (sa période d'oscillation est de 16 s). Le plan d'oscillation du pendule se déplace petit à petit dans le sens des aiguilles d'une montre. Le temps mis par le pendule pour accomplir un tour complet dépend de la latitude du point d'accrochage.

Le *jour pendulaire* vaut $86164/\sin \varphi$ sec.
A Paris (Panthéon) il dure 31 h et 47 min.
A Villefranche-sur-Mer, 34 h et 39 min.



La force de Coriolis

Zizou expédie une pastèque dans les filets de Gaspard Coriolis. Après l'impulsion initiale, le ballon progresse à la vitesse V et, en accord avec les lois de la mécanique, suit une trajectoire rectiligne par rapport à un système de repères fixe dans l'univers, car il n'est sollicité par aucune force. Le ballon devrait pénétrer dans les filets au bout d'un temps Δt , après avoir parcouru la distance :

$$D = V \times \Delta t \quad (5)$$

Malheureusement notre héros n'a pas prévu que le terrain tournait autour de lui de droite à gauche (dans l'hémisphère Nord), avec une vitesse de rotation angulaire $\omega \cdot \sin \varphi$. Avec dépit, il constate que le ballon est dévié à droite de sa trajectoire et part en sortie de but à une distance :

$$d = \omega \cdot \sin \varphi \cdot \Delta t \cdot D = \omega \cdot \sin \varphi \cdot \Delta t^2 \cdot V \quad (6)$$

Zizou s'explique cette déviation en admettant qu'une force mystérieuse suscitée par l'habile Coriolis s'est exercée sur le ballon perpendiculairement à sa trajectoire afin de l'éloigner des buts. Il sait qu'une force f appliquée à un objet de masse m produit une accélération γ , telle que $f = m \cdot \gamma$, et que la déviation d crée pendant le temps Δt est :

$$d = \frac{1}{2} \gamma \cdot \Delta t^2 \quad (7)$$

Compte tenu de la relation (6), il trouve :

$$\text{force de Coriolis} = m \cdot 2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V \quad (8)$$



Zinedine Zidane, dit Zizou, n  à Marseille en 1972. Meneur de jeu de l'équipe de France de football, championne du monde en 1998 et championne d'Europe en 2000.

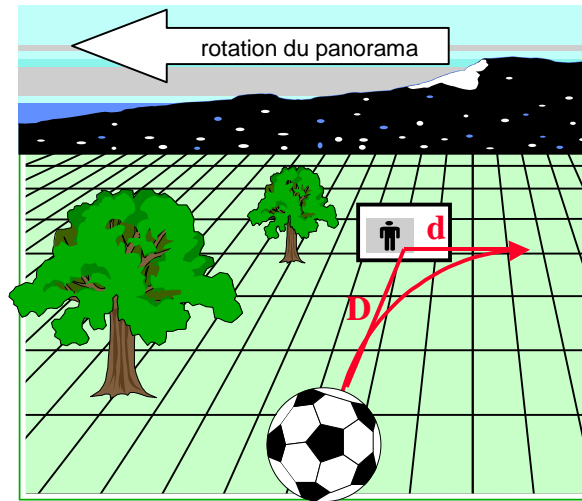
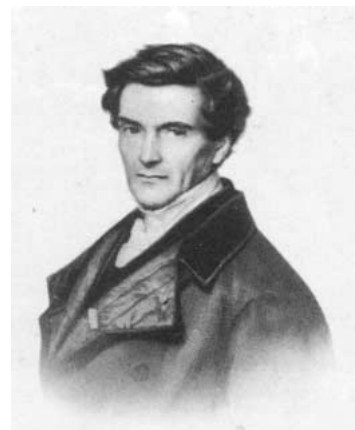


FIG. 10. — Un tir au but manqué.



Gaspard Coriolis (1792 – 1843)
Professeur d'analyse géométrique à
l' cole Centrale des Arts et Manufactures.

 quation du courant géostrophique

Soit une masse d'eau au sein de laquelle les isobares sont inclinées. Comme pour la fig. 4, orientons l'axe des x selon la ligne de plus grande pente des isobares.

Consid rions une parcelle d'eau de volume $v = dx \cdot dy \cdot dz$ et de masse $\rho \cdot v$. Supposons que cette parcelle suive un trajet rectiligne à vitesse constante, et que d'innombrables autres parcelles suivent le même trajet pour constituer un courant permanent.

Les forces agissantes sont :

- la force de pesanteur : $m \cdot g$
- la composante verticale de la force de pression, ou poussée d'Archimède : $-\rho \cdot v \cdot g$
- la composante horizontale de la force de pression : $-\rho \cdot v \cdot \frac{dh}{dx}$
- la force de Coriolis : $m \cdot 2\omega \cdot \sin \varphi \cdot V$

Puisque la parcelle d'eau n'a pas d'accélération, il faut que les 4 forces énumérées se neutralisent. A la verticale le poids de la parcelle est exactement compensé par la poussée d'Archimède (la parcelle est en équilibre hydrostatique ; sa masse est $m = \rho \cdot v$). La force horizontale de pression est donc égale en intensité et opposée en direction à la force de Coriolis. De cette nécessaire égalité on tire la vitesse du courant :

$$V_p = \frac{1}{2\omega \cdot \sin \varphi} g \frac{dh}{dx} \quad (9)$$

dh/dx représente la pente de l'isobare p .

Il reste à trouver la direction de V_p . On sait que la force de Coriolis s'exerce à 90° à droite de la trajectoire du mobile dans l'hémisphère Nord (et à 90° à gauche dans l'hémisphère Sud). Inversement on peut dire que la trajectoire est orientée à 90° à gauche de la force de Coriolis dans l'hémisphère Nord (  90° à droite dans l'hémisphère Sud).

Pour la figure 11 le courant est donc dirigé selon les lignes de niveau, de l'avant vers l'arrière, dans l'hémisphère Nord et de l'arrière vers l'avant dans l'hémisphère Sud.

D'une manière générale, on rep rera la direction du courant en utilisant la règle illustrée figure 12.

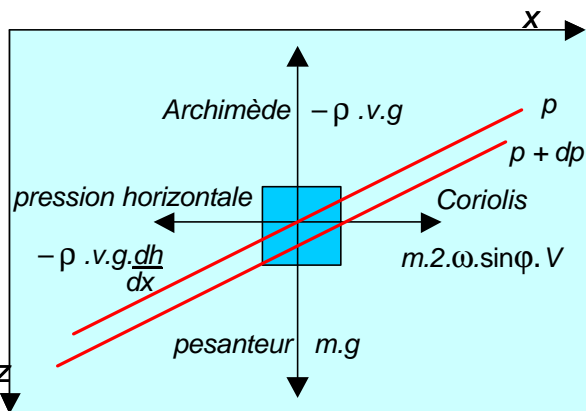


FIG. 11. — Forces agissantes sur une parcelle d'eau.

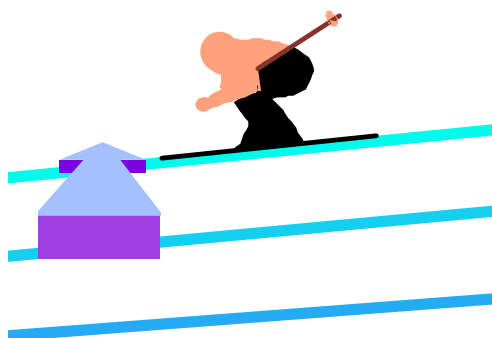


FIG. 12. — Le skieur dévale " schuss " la pente de l'isobare. Les particules d'eau défilent de sa gauche vers sa droite s'il est dans l'hémisphère Nord, et de sa droite vers sa gauche dans l'hémisphère Sud.

Bref complément à l'usage des perfectionnistes

Dans la démonstration de l'effet Coriolis faite précédemment, la rotation $\omega \cdot \cos \varphi$ autour de l'axe horizontal a été escamotée. De plus on a supposé que le mobile ne se déplaçait que dans le plan horizontal (pas de composante verticale). L'analyse rigoureuse est un peu plus laborieuse. Il convient de considérer que le mobile peut se déplacer dans une direction quelconque avec une vitesse caractérisée par 3 composantes : V_N vers le Nord, V_E vers l'Est et V_{bas} vers le bas ; puis de prendre en compte l'inflexion de trajectoire provoquée tant par la rotation autour de l'axe horizontal que celle due à la rotation autour de l'axe vertical.

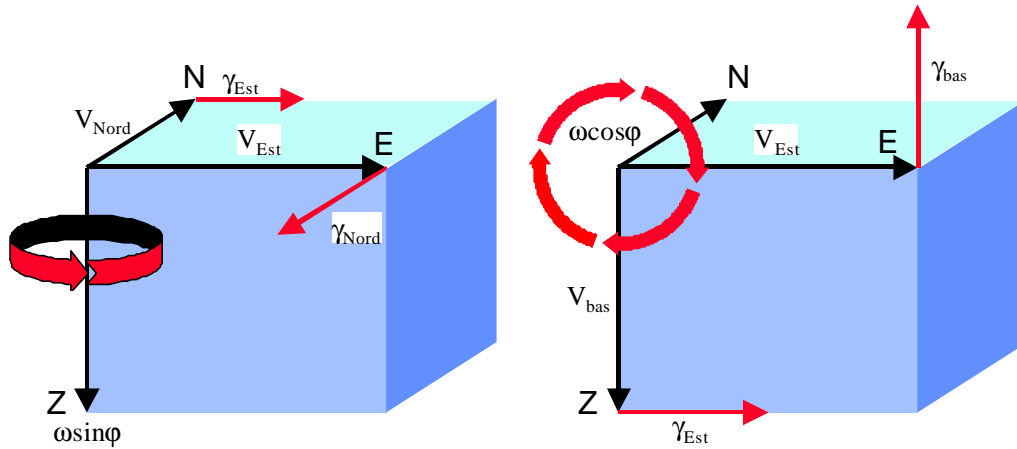


FIG. 13. — Analyse de l'effet Coriolis d  à la rotation selon l'axe vertical et l'axe Sud-Nord.

La rotation $\omega \cdot \sin \varphi$ selon l'axe vertical correspond aux termes d'accélération :

$$\begin{aligned}\gamma_{Est} &= 2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V_{Nord} \\ \gamma_{Nord} &= -2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V_{Est} .\end{aligned}$$

La rotation $\omega \cdot \cos \varphi$ selon l'axe Sud-Nord correspond aux termes d'accélération :

$$\begin{aligned}\gamma_{bas} &= 2 \cdot \omega \cdot \cos \varphi \cdot V_{Est} \\ \gamma_{Est} &= 2 \cdot \omega \cdot \cos \varphi \cdot V_{bas}\end{aligned}$$

L'addition de ces 2 effets donne :

$$\left| \begin{aligned} \gamma_{Est} &= 2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V_{Nord} + 2 \cdot \omega \cdot \cos \varphi \cdot V_{bas} \\ \gamma_{Nord} &= -2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V_{Est} \\ \gamma_{bas} &= 2 \cdot \omega \cdot \cos \varphi \cdot V_{Est} \end{aligned} \right| \quad (10)$$

Les vitesses de déplacement des eaux à la verticale (V_{bas}) sont négligeables. De plus la composante verticale de l'accélération de Coriolis (γ_{bas}) est insignifiante par rapport à la pesanteur (pour $V = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, et $\varphi = 45^\circ$, elle vaut $10^{-4} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, à comparer à la gravité $g = 9,80 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$).

Le système d'équations (10) se réduit donc à

$$\left| \begin{aligned} \gamma_{Est} &= 2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V_{Nord} \\ \gamma_{Nord} &= -2 \cdot \omega \cdot \sin \varphi \cdot V_{Est} \end{aligned} \right|$$

On retrouve bien la relation (8) et le fait que l'accélération de Coriolis est perpendiculaire à V :   droite dans l'hémisphère Nord, à gauche dans l'hémisphère Sud.

Deuxième partie Principe du calcul dynamique

Dans la première partie de ce document, nous avons établi que la vitesse du courant sur l'isobare p , c'est à dire à l'immersion où se situe localement l'isobare p , avait pour valeur :

$$V_p = \frac{1}{f} g \frac{dh}{dx}$$

expression dans laquelle $f = 2\omega \cdot \sin \phi$ est le paramètre de Coriolis, g la gravité terrestre et dh/dx la pente locale de l'isobare.

De plus nous avons montré que le courant était perpendiculaire à la ligne de plus grande pente des isobares, (il s'écoulait selon les lignes de niveau) et que, pour un observateur dévalant *schuss* les isobares, l'écoulement se faisait de gauche à droite dans l'hémisphère Nord et de droite à gauche dans l'hémisphère Sud.

Si z_A et z_B représentent les profondeurs auxquelles se situe une même isobare p à deux stations A et B , éloignées l'une de l'autre d'une distance Δx , nous pourrions remplacer la pente locale dh/dx de l'isobare par sa pente moyenne $\Delta h/\Delta x = (z_A - z_B)/\Delta x$ et écrire :

$$V_p = \frac{1}{f} g \frac{z_A - z_B}{\Delta x} \quad (11)$$

On pourrait envisager de mesurer directement la pente des isobares, en immergeant une jauge de pression, et en mesurant avec précision les longueurs de câble déroulées pour atteindre la pression p aux points A et B (figure 14).

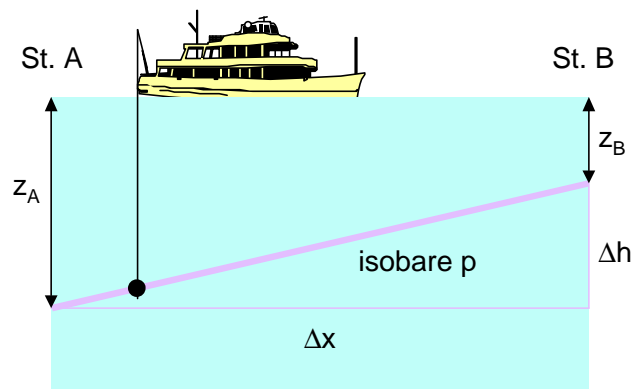


FIG. 14. — Mesure directe de la pente d'une isobare.

Pour un courant de $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (3,6 km/h), vitesse considérable pour un courant marin, on aurait, à 45° de latitude : $\frac{\Delta h}{\Delta x} = \frac{f \times V}{g} = \frac{2\omega \times \sin \phi \times V}{g} = \frac{4\pi \times \sin(45^\circ)}{24 \times 3600 \times 9,8} \cong 10^{-5}$

Cette valeur correspond à une pente de 1 cm par km. Il est donc totalement exclu d'utiliser une telle méthode qui ne donnerait pas, et de très loin, une précision suffisante, en raison de l'imprécision sur la mesure de pression et sur la longueur du câble fil .

En revanche, si l'on associe aux mesures de pression, des mesures simultanées de température et de salinité, à la verticale des stations A et B , on peut reconstituer avec une précision convenable les pentes des différentes isobares.

Remarque : *Grâce aux mesures altimétriques directes au moyen d'un radar porté par un satellite en orbite autour de la terre, les dénivellations de la surface de la mer sont mesurables. Dans le Gulf Stream, où le courant superficiel est de l'ordre de $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, on observe une sur levation de l'ordre de 1 cm par km des eaux tropicales chaudes, sur le bord droit du courant, par rapport aux eaux froides, sur le bord gauche. Mais souvent les mesures enregistrent des variations d'altitude du satellite dues aux irrégularités du champ de gravitation terrestre (le satellite se rapproche et s'éloigne de la surface de la mer, comme une bille roulant sur une surface gondol e). Ces irrégularités sont fortes dans certaines zones, et masquent totalement les pentes dynamiques liées au courant. En Méditerranée Orientale, par exemple, on observe, un dénivelé de plus de 20 mètres entre la Crête et la côte libyenne, à environ 300 km au Sud.*

Distances g opotentielles

Connaissant la température, la salinité d'une eau de mer et la pression à laquelle elle est soumise, sa masse volumique ρ , ou son volume massique $\alpha = 1/\rho$ sont calculables à partir de l'équation d'état de l'eau de mer :

EOS 80

La profondeur z à laquelle est située l'isobare p est mathématiquement obtenue en intégrant la relation élémentaire $dp = \rho \cdot g \cdot dz$ (2), soit, en remplaçant ρ par α :

$$z = \frac{1}{g} \int_0^p \alpha dp \quad (12)$$

En réalité, on ne dispose que d'un nombre limité de données hydrologiques à la verticale d'une station. On utilise donc la relation pratique :

$$z = \frac{1}{g} \sum \bar{\alpha} \cdot \Delta p \quad (13)$$

$\bar{\alpha}$ représente le volume massique moyen dans chaque intervalle Δp . Il n'est pas nécessaire que les intervalles soient égaux. Ils peuvent s'élargir en profondeur, où les eaux sont de plus en plus homogènes. Mais la relation entre z et p sera d'autant meilleure que le pas sera serré.

Pour les besoins du calcul dynamique on préfère avoir le produit $g \times z$, appelé géopotentiel ou distance géopotentielle (par rapport au niveau de la mer) Φ (voir fig. 15).

$$\Phi \equiv g \times z = \int_0^p \alpha \cdot dp \equiv \sum \bar{\alpha} \cdot \Delta p \quad (14)$$

Φ s'exprime en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ ($\equiv \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$) dans le système international. Quelquefois Φ est exprimé en mètre dynamique ou en mètre géopotentiel, unités valant respectivement 10 et $9,8 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$. Oublions ces unités qui ne peuvent que nous embrouiller dans les calculs.

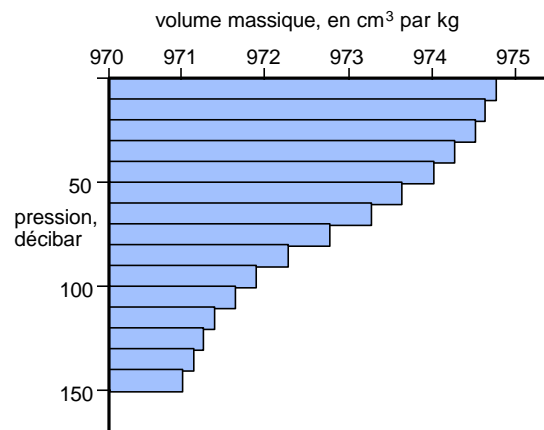


FIG. 15. — La distance géopotentielle de l'isobare 150 dbar correspond à la somme des surfaces des différents rectangles.

Si l'on dispose de données hydrologiques à la verticale de deux stations A et B , on pourra calculer, pour chaque isogare p , les distances g opotentielles $\Phi_A = g \times z_A$ et $\Phi_B = g \times z_B$. Selon la relation (11), le courant moyen au niveau de l'isobare p , est :

$$V_p = \frac{1}{2\omega \cdot \sin \varphi} \frac{\Phi_A - \Phi_B}{\Delta x} \quad (15)$$

Anomalies de volume massique et anomalies g opotentielles

L'anomalie de volume massique (*specific volume anomaly*) est la différence δ entre le volume massique d'une eau de mer de température t , de salinité S et soumise à la pression p et le volume massique d'une *eau normale* de température 0°C , de salinité $35,000$ mais à la même pression p :

$$\delta = \alpha_{(t,S,p)} - \alpha_{(0^\circ,35,p)}$$

Le terme soustractif $\alpha_{(0,35,p)}$ n'est pas constant puisqu'il dépend de la pression. Par exemple à $p = 0$, c'est à dire en surface, $\alpha_{(0,35,0)} = 972,66204 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et à 2000 dbar, c'est à dire à peu près à 2000 m, $\alpha_{(0,35,0)} = 963,92143 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Pour une eau méditerranéenne de surface ($p = 0$)   $t = 13^\circ\text{C}$ et $S = 38,5$:

$$\delta = 971,71521 - 972,66204 = -94,683 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Pour la même eau, mais à la pression de 2000 dbar:

$$\delta = 963,55416 - 963,92143 = -36,727 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Les anomalies de volumes massiques peuvent être négatives ou positives. Négatives, lorsque les eaux sont plus lourdes que l'eau normale (leurs volumes massiques α sont plus faibles). Positives lorsque les eaux sont plus légères (α plus grands).

Le calcul de la distance géopotentielle d'une isobare p peut s'écrire :

$$\Phi = \sum \bar{\alpha}_{(t,S,p)} \cdot \Delta p = \sum \bar{\alpha}_{(0^\circ,35,p)} \cdot \Delta p + \sum \bar{\delta} \cdot \Delta p$$

$\sum \alpha_{(0^\circ,35,p)} \cdot \Delta p$ correspond à la *distance géopotentielle normale* de l'isobare p dans un océan homogène à $t = 0^\circ$ et $S = 35$, appelé *océan normal*.

L'*anomalie géopotentielle* de cette isobare est :

$$D = \sum \bar{\delta} \cdot \Delta p \quad (16)$$

D correspond au produit $g \times \Delta z$, dans lequel Δz représente la différence ente l'immersion où se situe réellement l'isobare p et l'immersion où elle se situerait dans l'océan normal.

Les anomalies g opotentielles peuvent être positives ou négatives. Si la colonne d'eau qui surmonte l'isobare p est plus lourde qu'une colonne d'eau normale, l'isobare est située moins profond que dans l'océan normal : son anomalie est négative. Si la colonne d'eau est plus légère, l'isobare est située plus profond : son anomalie est positive.

La relation du courant géostrophique (15)  tant basée sur les différences de distance géopotentielle d'une même isobare à 2 stations, il est évident que le résultat sera le même si on effectue la différence entre leurs anomalies g opotentielles.

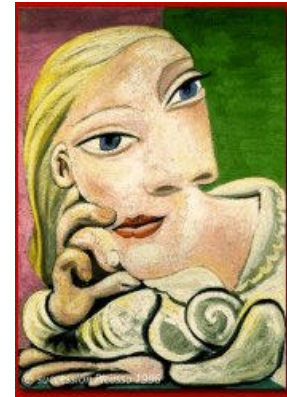
$$V_p = \frac{1}{2\omega \cdot \sin \varphi} \frac{D_A - D_B}{\Delta x} \quad (17)$$

Pourquoi utiliser les anomalies ?

Les volumes massiques dépendent de la température, de la salinité et de la pression. A l'époque où on faisait les calculs à la main, la détermination des volumes massiques était laborieuse. Il était plus facile d'obtenir les anomalies de volume massique car ils dépendent surtout de *t* et de *S* et très peu de *p*. La part principale de l'anomalie, appelée anomalie thermost rique $\Delta_{t,S}$, était relevée dans des tables (de Matthews ou de Sverdrup). On lui ajoutait deux termes secondaires, $\delta_{t,p}$ et $\delta_{S,p}$, extraits de tables complémentaires en *t* et *p* et en *S* et *p*. On faisait l'addition :

$$\delta = \Delta_{t,S} + \delta_{t,p} + \delta_{S,p}$$

Avec les ordinateurs, l'usage des anomalies s'est conservé, car il améliore la précision des calculs numériques.



Anomalie

Exemple de calcul d'anomalies g opotentielles

Soit un fichier simplifié de données hydrologiques relatif à une certaine Station A située sur la radiale Nice-Calvi, à 5 milles au large du Cap Ferrat (latitude ~ 43  N).

<i>p</i> en dbar	<i>t</i> �C	<i>S</i>		$\delta, 10^{-8} \text{ m}^3.\text{kg}$		<i>D, m}^2.\text{s}^{-2}</i>
0	20,44	37,85	──▶ <i>Calcul des anomalies de volume massique</i>	121,963	──▶ <i>Calcul des anomalies g�opoten- tielles</i>	0
10	20,42	37,85		121,832		0,122
20	20,31	37,84		120,110		0,243
30	20,26	37,86		117,762		0,362
50	15,86	37,77		19,971		0,500
75	14,34	37,88		-19,827		0,500
100	13,66	37,94		-37,396		0,428
150	13,16	38,19		-64,196		0,174
200	13,30	38,35		-71,563		-0,165
300	13,59	38,51		-74,256		-0,894

TAB. 1. — Calcul des anomalies g opotentielles à partir des données hydrologiques de base

Pour chaque tripette de valeurs *p*, *t*, et *S*, on calcule les anomalies de volume massique δ . Puis, on forme les $\bar{\delta} \times \Delta p$ pour les différents tranches d'eau et on cumule ces valeurs en partant de l'isobare 0 pour obtenir les anomalies g opotentielles *D*, en $\text{m}^2.\text{s}^{-2}$. Les δ sont en $10^{-8} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$ et les *p* en d cibar (1 dbar = 10^4 pascal) :

$$D_{10} = \frac{121,963 + 121,832}{2} \times (10 - 0) \times 10^{-4} = 0,122 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$$

$$D_{20} = \frac{120,110 + 121,832}{2} \times (20 - 10) \times 10^{-4} + D_{10} = 0,243 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$$

.....etc.....

$$D_{300} = \frac{-74,256 - 71,563}{2} \times (300 - 200) \times 10^{-4} + D_{200} = -0,894 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$$

Exemple de calcul du courant géostrophique

Nous disposons de données hydrologiques se rapportant à une 2 me station, dite *Station B*, située sur la radiale Nice-Calvi, mais à 10 milles plus au large. L'échelle des pressions est la même. On calcule, comme précédemment, les anomalies g opotentielles relatives à ces pressions et on les confronte (Tab. 2)   celles de la *Station A*.

p dbar	$D_A, m^2 \cdot s^{-2}$	$D_B, m^2 \cdot s^{-2}$		$V, cm \cdot s^{-1}$		$V, cm \cdot s^{-1}$
0	0	0	──▶ <i>Calcul du courant en se référant � l'isobare 0 dbar</i>	0	──▶ <i>Calcul du courant en se référant � l'isobare 300 dbar</i>	37,02
10	0,122	0,116		0,33		36,69
20	0,243	0,225		0,98		36,04
30	0,362	0,283		4,29		32,73
50	0,500	0,264		12,81		24,21
75	0,500	0,146		19,21		17,80
100	0,428	-0,024		24,53		12,48
150	0,174	-0,404		31,37		5,65
200	-0,165	-0,800		34,47		2,55
300	-0,894	-1,576		37,02		0

TAB. 2. — Organisation du calcul dynamique. Les anomalies g opotentielles sont en $m \cdot s^{-2}$.
Les vitesses V du courant, sont exprimées en $cm \cdot s^{-1}$.

Les deux stations sont situées à la latitude $\varphi \approx 43^\circ N$, et distantes de 10 milles nautiques, soit $\Delta x = 18520$ m. L'application de la relation (17) nous permet de calculer, ligne par ligne, la valeur du courant au niveau des différentes isobares :

$$V_p = \frac{1}{2\omega \cdot \sin \varphi} \frac{D_p^A - D_p^B}{\Delta x} = 0,5429 \times (D_p^A - D_p^B)$$

On obtient donc une colonne de données correspondant aux vitesses du courant, en $m \cdot s^{-1}$. Dans le tableau 2 elles sont converties en $cm \cdot s^{-1}$. Nul en surface le courant augmente avec p , et atteint $37,02 \text{ cm} \cdot s^{-1}$ à 300 dbar.

Les anomalies g opotentielles relatives aux différentes isobares sont plus fortes (ou, en l'occurrence, moins négatives)   la station A qu'à la station B. Les isobares seraient donc inclinées du large vers la côte et le courant porterait au nord-est (de Toulon vers G nes).

Ce résultat, contraire à l'expérience est d u au fait que les pentes des isobares ont été évaluées par rapport au niveau de la mer. Mais il n'y a pas de raison de considérer que la surface de la mer est horizontale. En fait, c'est généralement l'isobare zéro qui a la plus forte déclivité.

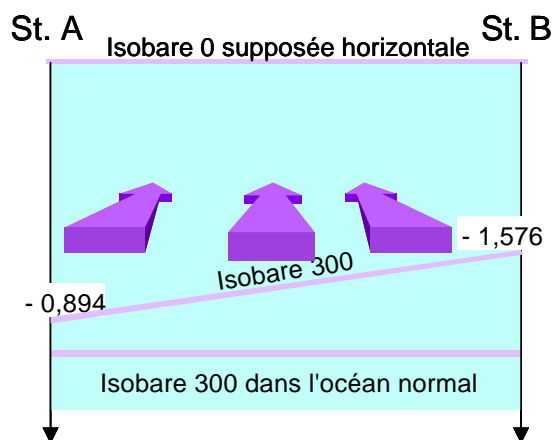


FIG. 16. — Inclinaison de l'isobare 300 db. Le courant est dirigé d'avant en arrière.

Nivellement à partir d'une isobare profonde

Dans cette région marine, comme dans beaucoup d'autres, les pentes des isobares successives, mesurées par rapport à la surface de la mer, augmentent dans un premier temps, puis prennent ensuite une inclinaison à peu près constante. Le courant serait donc nul en surface, tandis que des flux d'eau énormes circuleraient en profondeur, ce qui est contraire au bon sens et à l'expérience (Fig. 17 a).

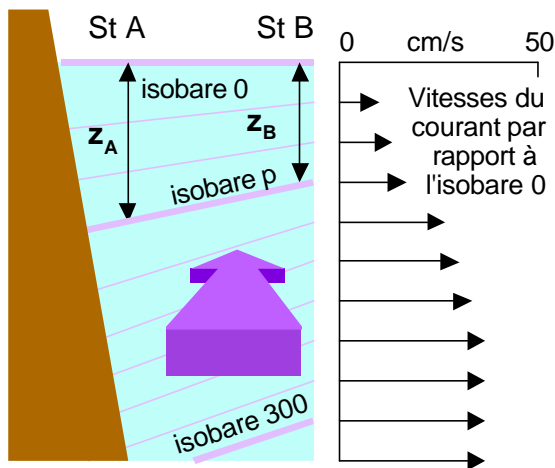


FIG. 17 a — Nivellement des isobares par rapport à la surface

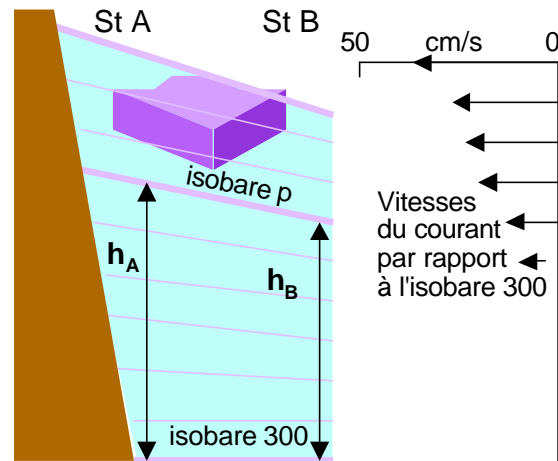


FIG. 17 b — Nivellement des isobares par rapport à une isobare profonde

On peut donc estimer que si les isobares profondes sont parallèles les unes aux autres, c'est qu'elles sont tout simplement horizontales et que la pente maximale se situe en surface. Pour réaliser un nivellement correct, il aurait donc fallu se baser sur une isobare profonde supposée horizontale. Dans l'exemple traité, il aurait fallu calculer les distances g opotentielles $h \times g$, ou, ce qui revient au même, les anomalies g opotentielles en cumulant les $\bar{\delta} \times \Delta p$ en partant de la pression 300 dbar et en remontant jusqu'à la surface.

Mais il n'est pas nécessaire de refaire les calculs. Il suffira de reprendre les valeurs de courant précédemment obtenues (avant-dernière colonne du Tab. 2) et de prendre leur complément à $37,02 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, qui était la valeur initiale du courant au niveau de 300 dbar. C'est un simple décalage d'origine des vecteurs courant.

Comme le montre la figure 17 b, le résultat est maintenant conforme à la logique : le courant est maximum en surface et il diminue en profondeur. Sa direction est inverse de ce qui avait été précédemment déduit pour la profondeur. Le courant de surface est dirigé du nord-est vers le sud-ouest, c'est à dire de G nes vers Toulon.

Malgré cette étape supplémentaire, l'usage veut que les anomalies g opotentielles soient toujours calculées par rapport au niveau de la mer. Ceci permet de préparer les fichiers stations, sans préjuger de l'isobare de référence qui sera choisie en dernier ressort, lorsque ces fichiers seront associés 2 à 2 pour réaliser le calcul dynamique.

Direction du courant

En plus des valeurs numériques de courant, il convient de préciser la direction de ce courant par rapport à la ligne de stations. Sachant qu'une anomalie géopotentielle peut être positive ou négative, et que, plus cette anomalie est grande en valeur algébrique, plus la distance géopotentielle à la surface est grande, on peut formuler la règle suivante :

Le point haut du relief dynamique de surface est situé à la Station qui présente l'anomalie géopotentielle la plus forte en valeur algébrique au niveau de l'isobare profonde de référence.

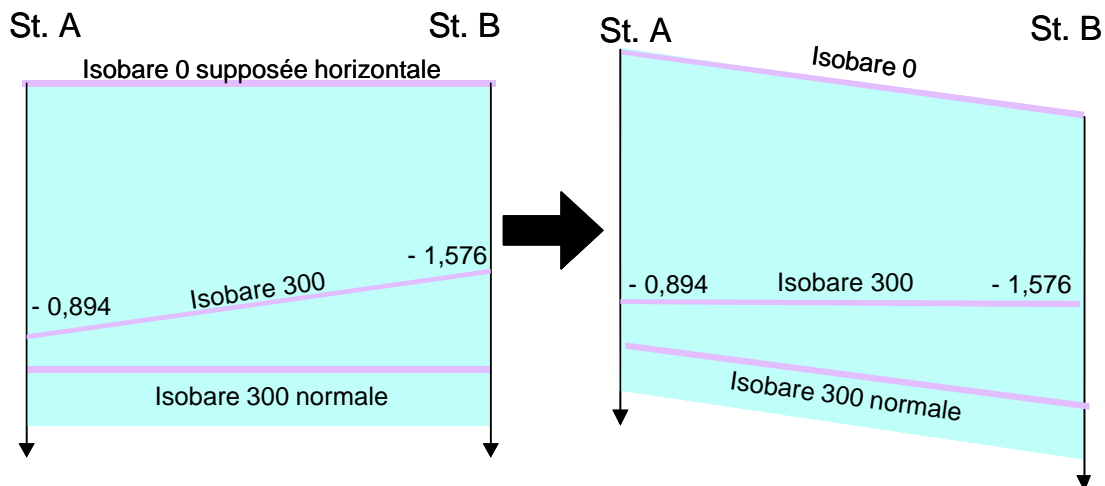


FIG. 18. — L'anomalie géopotentielle   300 dbar est plus grande en *valeur algébrique*   la station A qu'à la station B ($-0,894 > -1,576$). L'isobare 300 est donc plus éloignée de la surface en A qu'en B. Puisque l'on admet que l'isobare 300 est horizontale, le niveau de la mer est incliné de A vers B.

Courant réel et composante du courant

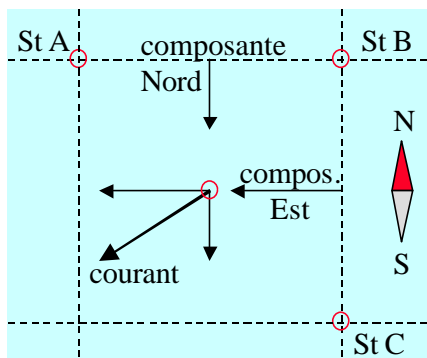


FIG. 19. — Les composantes Nord et Est du courant donnent la valeur et la direction du courant à l'intérieur de la maille.

Lorsqu'on effectue des relevés hydrologiques "en aveugle", il y a peu de chance pour que la radiale de stations hydrologiques soit réalisée suivant la ligne de plus grande pente des isobares. Donc, ce que l'on mesure est une composante du courant prise selon un axe normal à la ligne de stations. La valeur et la direction effective du courant ne peuvent être connus que si l'on détermine une deuxième composante.

Lorsqu'on n'a, par avance, aucune idée de la topographie dynamique de la région étudiée, il faudra effectuer une prospection hydrologique en maillages (figure 19).

A suivre :

Traitement
des données CTD

