



TECIMAR

## BSMEM

### Bouée Support de Mesure en Mer

NOTE TECHNIQUE : G0698/BSMEM - 01

Application au Projet «Boussole»

Mise en place d'une bouée optique à la station DYFAMED

Option (I) : bouée rigidement liée à un support immergé

ORGANISME ÉMETTEUR	CLASSIFICATION	TYPE DE DOCUMENT
GENIMAR - 260 Route du Pin Montard – BP 234 06904 Sophia Antipolis	Diffusion restreinte	Note Technique
	RÉFÉRENCE	DATE
	NT/G0698/BSMEM - 01	Juin 1998
AUTEUR(S)	Pierre Guével	
TITRE	BSMEM : Bouée Support de Mesure En Mer Application au Projet "Boussole" Mise en place d'une bouée optique à la station DYFAMED Option (I) : bouée rigidement liée à un support immergé	
RÉSUMÉ		
DIFFUSION (Qté)	3	ACRI SA – 260 Route du Pin Montard – BP 23406904 Sophia Antipolis
	1	M. David Antoine – LPCM, Quai de la Darse, BP 0806238 Villefranche sur Mer Cedex
	1	Frédéric Rouffi - GENIMAR
REMARQUES		

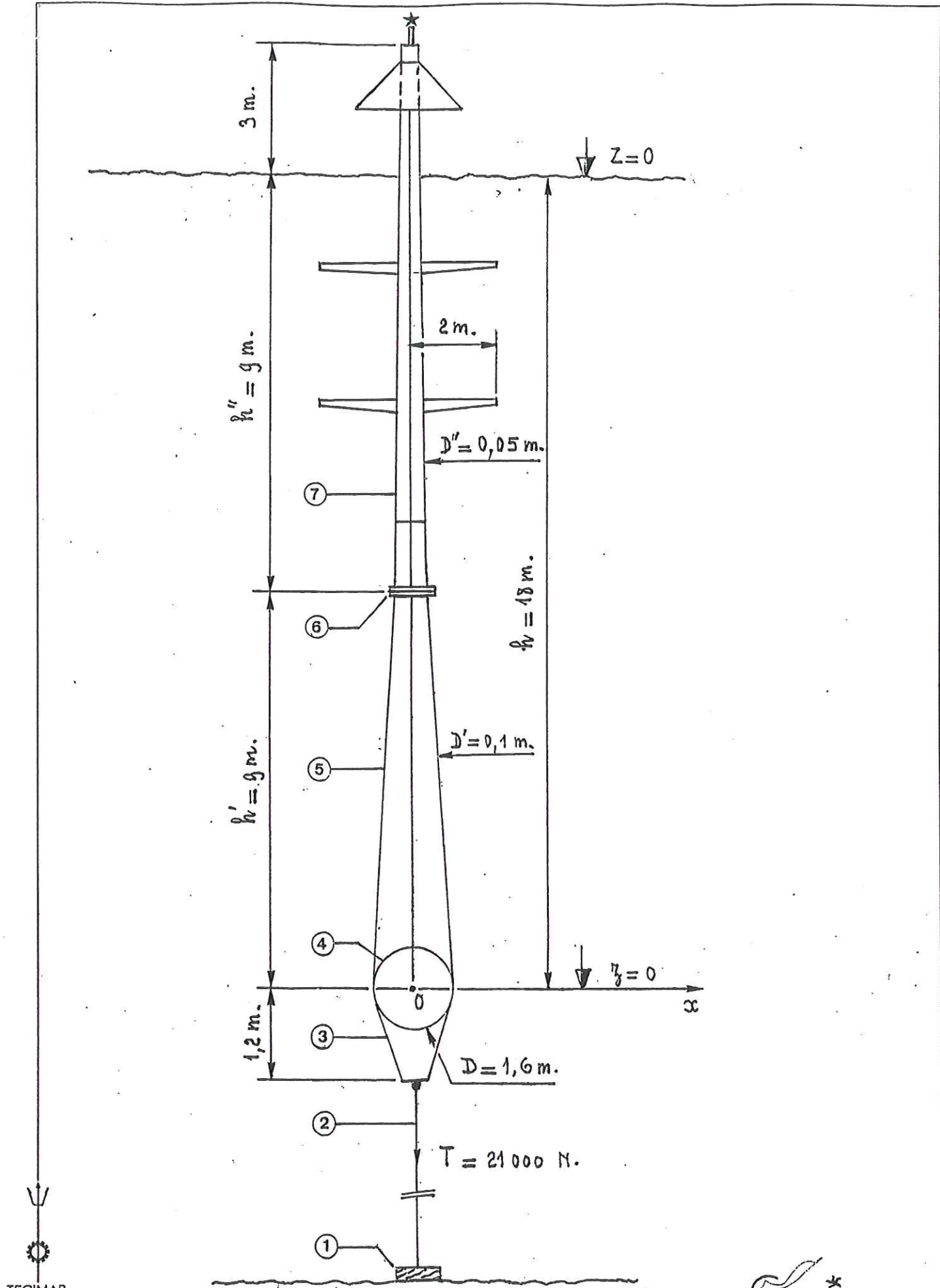
## Disposition d'ensemble

La bouée instrumentée, ici une simple perche, est fixée rigidement sur un support immergé composé des éléments suivants :

- un corps mort (1), reposant sur un fond de 2350 m;
- d'un câble d'amarrage (2), d'une longueur  $L \approx 2330$  m;
- d'une structure inférieure (3) à laquelle est accroché le câble d'amarrage en Kelvar ( $d = 15$  mm).
- d'une sphère creuse (4), de diamètre  $D = 1,6$  m, assurant la plus grande partie de la flottabilité du dispositif.
- d'une structure supérieure (5), constituée de 4 tubes de hauteur  $h' = 9$  m, de diamètre  $D' = 0,1$  m, assemblés à leur sommet par une platine horizontale (6).

La masse structurelle de ce support est sensiblement égale à 380 kg ; sa hauteur totale est d'environ 10 m.

La bouée instrumentée (7), de hauteur totale 12 m ( $h'' = 9$  m dans l'eau + 3 m dans l'air) est équipée à sa base d'une platine horizontale qui permet d'arrimer celle-ci à son support immergé lorsque ce dernier aura été mis en place. Pour faciliter la procédure d'accouplement, la bouée est réglée en équilibre indifférent dans l'eau de mer (le volume aérien est néanmoins suffisant pour assurer sa flottabilité en cas de perte accidentelle).



## Résultats de la pré-étude de faisabilité \*

Dans cette première approche, on a adopté une houle de projet ayant pour caractéristiques :

Période :  $T = 7$  secondes ;

Hauteur crête à creux :  $H = 5$  m.

La flottabilité de l'équipage complet est  $A = 21\ 000$  N ; celle-ci est évidemment égale à la tension statique  $T$  du câble d'amarrage.

Les périodes propres de cet équipage ont été estimées comme suit :

En cavalement :  $T_1 = 92$  s.

En pilonnement :  $T_2 = 2,6$  s.

En tangage :  $T_3 = 7,9$  s.

Les amplitudes des mouvements d'oscillations forcées ont pour ordre de grandeur :

En cavalement :  $X = \pm 0,6$  m.

En pilonnement :  $Z = \pm 0,13$ .

En tangage :  $\Theta = \pm 1,9$  degré.

Sous l'action d'un courant permanent, de vitesse  $V(z) = V_0(1 - \frac{z}{18})$ , on observe :

Un déport horizontal :  $X_0 = 92 V_0^2$  ( $X_0$  en m,  $V_0$  en m/s).

Un déport angulaire :  $\Theta_0 = 22 V_0^2$  ( $\Theta_0$  en degré,  $V_0$  en m/s).

---

\* Les détails de calcul sont présentés dans l'annexe ci-jointe.

## Commentaires

Les amplitudes des oscillations de la bouée sous l'action de la houle sont extrêmement faibles.

Même si les hypothèses de calcul peuvent laisser planer quelques doutes sur la précision des résultats, on dispose d'une marge de sécurité suffisamment importante, vis à vis des performances requises, pour qu'on puisse conclure positivement sur la faisabilité de la solution proposée.

Par contre, le dispositif présente l'inconvénient d'être sensible d'une manière significative aux effets des courants, du moins si ceux-ci pouvaient atteindre des vitesses supérieures à 1 noeud ; auquel cas, il conviendrait de mettre à profit les possibilités suivantes :

- augmenter légèrement le diamètre du flotteur sphérique (  $D = 1,75$  m au lieu de  $D = 1,6$  m ) ;
- abaisser le point d'accrochage du câble par rapport au centre O de la sphère (  $R' = 1,5$  m au lieu de  $R' = 1,2$  m ) ;
- diminuer "la prise au vent" des superstructures supportées par le flotteur sphérique.

En tout état de cause, il conviendrait, avant construction, d'effectuer quelques essais sur modèle réduit ayant pour objet la détermination des coefficients hydrodynamiques stationnaires et instationnaires de l'ensemble "flotteur sphérique, structure supérieure, perche instrumentée".

Ces essais pourraient être réalisés à l'échelle 1/10 dans le bassin "Houles et courants" (B.G.O. FIRST à la Seyne sur mer).

## Annexe de calcul



TECIMAR

Tous droits de reproduction © GENIMAR SARL 1998.

NT/G0698/BSMEM - 01

  
ΑΘΗΝΑ ΚΑΙ ΠΟΡΤΙΣΑΟΝ

## Houle de projet

- 1 -

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Période : } T = 7 \text{ s.} \\ \text{Hauteur crête à creux : } H = 5 \text{ m.} \end{array} \right.$$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Longueur d'onde : } \lambda = 1,56 T^2 \approx 76 \text{ m.} \\ \text{Carrure : } \gamma = \frac{H}{\lambda} \approx 0,067. \\ \text{Nombre d'onde : } k = \frac{2\pi}{\lambda} \approx 0,082 \text{ m}^{-1}. \\ \text{Pulsation : } \omega = \frac{2\pi}{T} \approx 0,9 \text{ s}^{-1}. \end{array} \right.$$

et :

Pression dynamique à la cote  $Z$ , comptée au dessous de la surface libre ( $Z < 0$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{l} p = \text{Re} ( \rho e^{-i\omega t} ); \\ \rho = \rho_0 e^{ik(x-iz)}; \\ \rho_0 = \rho g \frac{H}{2}. \end{array} \right.$$





## Cable d'amarrage

Type : Araline HMPE 12 tonnes.

Module d'Young :  $E = 1,2 \cdot 10^{11}$  Pascal.

Diamètre :  $d = 15$  mm.

Section :  $S = 177 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>.

Longueur :  $L = 2330$  m.

Raidewr :  $K = \frac{ES}{L} = 9100$  N/m.

Poids dans l'air :  $0,168 \times 9,81 = 1,648$  N/m.

Poussie d'Archimède :  $1,777$  N/m ( $\rho = 1025$  kg/m<sup>3</sup>).

Poids apparent :  $-0,129$  N/m.

Flottabilité :  $+300$  N.

Allongement sous une charge de  $1000$  N :  $0,22$  m.



## Flotteur sphérique

Diamètre extérieur :  $D = 1,6 \text{ m}$ .

Épaisseur :  $e = 2,5 \text{ mm}$ .

Volume extérieur :  $W = 2,145 \text{ m}^3$ .

Poussée d'Archimède :  $P = 21570 \text{ N}$  ( $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$ ).

Masse de la sphère en acier :  $M = 160 \text{ kg}$ .

Flottabilité :  $\mathcal{R} = 20.000 \text{ N}$ .

Immersion du centre  $O$  de la sphère :  $h = 18 \text{ m}$ .

Taux de contrainte statique :  $\tau = \rho g h \frac{D}{4e} = 30 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 3 \text{ kg/mm}^2$ .

Masse d'eau ajoutée :  $M_A = \frac{1}{2} \rho W = 1.100 \text{ kg}$ .

Inertie structurelle :  $I = 100 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

D'où, finalement :

Flottabilité :  $\mathcal{R} = 20.000 \text{ N}$ .

Masse généralisée, toutes directions :  $M_G = 1260 \text{ kg}$ .

Inertie généralisée par rapport à  $O_y$  :  $I_G = 100 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .



### Structure supérieure

Celle-ci est constituée de quatre tubes d'acier ayant pour caractéristiques :

Diamètre extérieur :  $D' = 0,1 \text{ m}$ .

Épaisseur :  $e' = 2,5 \text{ mm}$ .

Hauteur :  $h' = 9 \text{ m}$ .

D'où :

Volume extérieur :  $W' = 0,283 \text{ m}^3$ .

Poussée d'Archimède :  $P' = 2850 \text{ N}$ .

Masse structurelle :  $M' = 215 \text{ kg}$ .

Flottabilité :  $R' = 740 \text{ N}$ .

Masse d'eau ajoutée en caralementent :  $MA' = 290 \text{ kg}$ .

Inertie d'eau ajoutée en tangage :  $IA' = 7800 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

Inertie structurelle :  $I' = 5800 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

D'où finalement :

Flottabilité :  $740 \text{ N}$ .

Masse généralisée en caralementent :  $M'_{G_1} = 505 \text{ kg}$ .

Masse généralisée en pilonnement :  $M'_{G_2} = 215 \text{ kg}$ .

Inertie généralisée par rapport à  $Oy$  :  $I'_{G'} = 13600 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

Couple de redressement :  $C' = 3330 \times \theta$  en  $\text{N} \times \text{m}$ .

Celle-ci est composée :

- d'une part, de quatre tubes d'acier ( $D'' = 0,05 \text{ m}$ ,  $e'' = 1,5 \text{ mm}$ ,  $h'' = 9 \text{ m}$ );
- d'autre part, d'une structure aérienne assimilée à une masse ponctuelle  $M''' = 10 \text{ kg}$  de cote  $z''' = 20 \text{ m}$ , comptée à partir du centre  $O$  du flotteur sphérique.

D'où, pour les 4 tubes immergés :

Volume extérieur :  $W'' = 0,071 \text{ m}^3$ .

Poussé d'Archimède :  $P'' = 710 \text{ N}$ .

Masse structurelle :  $M'' = 64 \text{ kg}$ .

Flottabilité :  $It'' = 80 \text{ N}$ .

Masse d'eau ajoutée en cavalement :  $MA'' = 73 \text{ kg}$ .

Inertie d'eau ajoutée en tangage :  $IA'' = 13\,800 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

Inertie structurelle :  $I'' = 12\,100 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

et, pour la masse aérienne :

Masse :  $M''' = 10 \text{ kg}$

Inertie structurelle :  $I''' = 4\,000 \text{ kg} \times \text{m}^2$

D'où finalement :

Flottabilité :  $-20 \text{ Newton}$ .

Masse généralisée en cavalement :  $M''_{G_1} = 147 \text{ kg}$ .

Masse généralisée en pilonnement :  $M''_{G_2} = 74 \text{ kg}$ .

Inertie généralisée par rapport à  $O_y$  :  $I''_G = 29\,900 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

Couple de redressement :  $C'' = -890 \times \theta$  en  $\text{N} \times \text{m}$ .

## Caractéristiques de l'équipage complet

---

Flottabilité :  $\mathcal{F} = 21\,000 \text{ N}$ .

Masse généralisée en cavalement :  $M_1 = 1910 \text{ kg}$ .

Masse généralisée en pilonnement :  $M_2 = 1550 \text{ kg}$ .

Inertie généralisée en tangage :  $\mathcal{J} = 43\,600 \text{ kg} \times \text{m}^2$ .

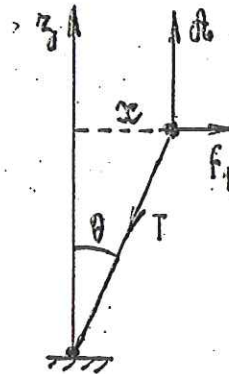
Couple de redressement :  $\mathcal{C} = 2450 \times \theta$  en  $\text{N} \times \text{m}$ .



## Estimation des périodes propres

En cavalcement :

$$\left. \begin{aligned} T \cos \theta &= dt \\ T \sin \theta &= f_1 \end{aligned} \right\} \tan \theta = \frac{f_1}{dt} = \frac{x}{L}$$



D'où la raideur :

$$K_1 = \frac{dt}{L} = \frac{24.000}{2330} = 9,01 \text{ N/m.}$$

et la période propre :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{M_1}{K_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{1910}{9,01}} = 91,5 \text{ s.}$$

En pilonnement :

Raideur intrinsèque du câble :  $K_2 = \frac{Es}{L} = 9120 \text{ N/m.}$

D'où la période propre :

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{M_2}{K_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{1550}{9120}} = 2,6 \text{ s.}$$

En tangage :

Moment de redressement induit par le câble :

$$E' = R' \theta = 25200 \times \theta \text{ en N}\cdot\text{m.}$$

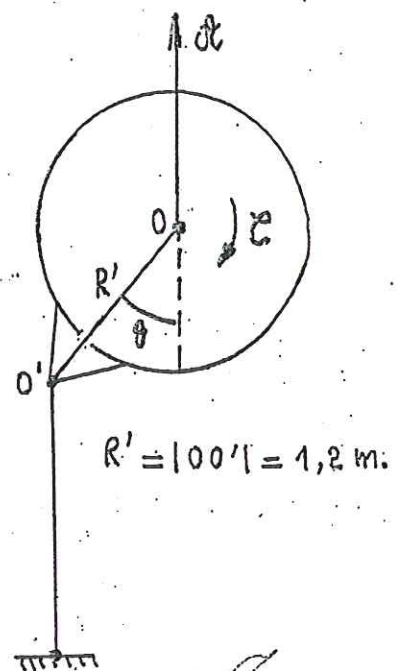
Moment de redressement induit par la structure :  $E'' = 2450 \times \theta \text{ en N}\cdot\text{m.}$

Moment de redressement global :

$$E = 27650 \times \theta \text{ en N}\cdot\text{m.}$$

D'où la période propre :

$$T_3 = 2\pi \sqrt{\frac{M}{E}} = 2\pi \sqrt{\frac{43600}{27650}} = 7,9 \text{ s.}$$



Estimation des efforts d'excitation par la méthode simplifiée de Froude-Krilov

- 8 -

$$\vec{F} = - \iint_{S_B} p \vec{n} ds = - p_0 \iint_{S_B} e^{ik(x-iz)} \vec{n} ds$$

$$= - p_0 \iiint_D \overrightarrow{\text{grad}} [e^{ik(x-iz)}] dD$$

$$F_x = -ik p_0 \iiint_D e^{ik(x-iz)} dD ;$$

$$F_z = -k p_0 \iiint_D e^{ik(x-iz)} dD.$$

Pour la sphère :

L'origine des axes est le centre O de la sphère ( $x=x, z=z+h$ ).

$$F_x = -ik p_0 e^{-kh} \iiint_D e^{ik(x-iz)} dD ;$$

$$F_z = -k p_0 e^{-kh} \iiint_D e^{ik(x-iz)} dD.$$

$$I = \iiint_D e^{ik(x-iz)} dD$$

$$\approx \iiint_D \left[ 1 + ik(x-iz) - \frac{k^2}{2} (x-iz)^2 + \dots \right] dD \quad (kR \ll 1).$$

$$= \iiint_D \left[ 1 - \frac{k^2}{2} (x^2 - z^2) \right] dD = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{\pi}{6} D^3.$$

$$\begin{cases} F_x = -i \frac{k\pi}{12} \rho g H D^3 e^{-kh} ; \\ F_z = -\frac{k\pi}{12} \rho g H D^3 e^{-kh} . \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} = -1080 D^3 e^{-kh} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}.$$



TECIMAR

Pour  $D = 1,6 \text{ m}$  et  $h = 18 \text{ m}$ :

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_z \end{pmatrix} = -1000 \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} F_x = -1000 \sin \omega t, \text{ en Newton;} \\ F_z = -1000 \cos \omega t, \text{ en Newton.} \end{cases}$$

$$|\vec{F}| = 1400 \text{ Newton.}$$

Pour la structure supérieure :

Cette structure est composée de 4 tubes de longueur  $h'$  et de diamètre  $D'$ .

$$\begin{cases} F'_x = -ik p_0 e^{-kh} \iiint_{S'} e^{ik(x-iz)} dD; \\ F'_z = 0; \\ M'_0 = -ik p_0 e^{-kh} \iiint_{S'} e^{ik(x-iz)} z dD. \end{cases}$$

$kh' \ll 1$  :

$$\begin{cases} F'_x \approx -ik p_0 e^{-kh} \frac{\pi D'^2}{4} \int_0^{h'} e^{kz} dz; \\ M'_0 \approx -ik p_0 e^{-kh} \frac{\pi D'^2}{4} \int_0^{h'} e^{kz} \cdot z dz. \end{cases}$$

$$\begin{cases} F'_x \approx -i \frac{\pi}{8} \rho g H D'^2 e^{-kh} (e^{kh'} - 1); \\ M'_0 \approx -i \frac{\pi}{8} \rho g H D'^2 h' e^{-kh} \left[ e^{kh'} - \frac{1}{kh'} (e^{kh'} - 1) \right]. \end{cases}$$



Pour  $D' = 0,1 \text{ m}$  ,  $h' = 9 \text{ m}$  :

$$\begin{cases} F'_x \approx -50 \times i ; \\ M'_0 \approx -250 \times i . \end{cases}$$

D'où, pour les 4 tubes :

$$\begin{cases} F'_x = -200 \sin \omega t , \text{ en Newton ;} \\ F'_y = 0 ; \\ M'_0 = -1000 \text{ Newton} \times \text{mètre} . \end{cases}$$

Pour la bouée instrumentée :

La structure est composée essentiellement de 4 tubes de longueur  $h''$  et de diamètre  $D''$ .

$$\begin{cases} F''_x \approx -ik p_0 e^{-kh} \frac{\pi D''^2}{4} \int_{h'}^{h} e^{kz} dz \quad (h'' = h - h') ; \\ M''_0 \approx -ik p_0 e^{-kh} \frac{\pi D''^2}{4} \int_{h'}^{h} z e^{kz} dz . \end{cases}$$

$$\begin{cases} F''_x = -i \frac{\pi}{8} \rho g H D''^2 (1 - e^{-kh''}) ; \\ M''_0 = -i \frac{\pi}{8} \rho g H D''^2 h \left[ \left(1 - \frac{1}{kh}\right) - \left(\frac{h'}{h} - \frac{1}{kh}\right) e^{-kh''} \right] . \end{cases}$$

Pour  $D'' = 0,05 \text{ m}$  ,  $h'' = h' = \frac{h}{2} = 9 \text{ m}$  :

$$\begin{cases} F''_x \approx -25 \times i ; \\ M''_0 \approx -360 \times i . \end{cases}$$

D'où, pour les 4 tubes :

$$\begin{cases} F''_x = -100 \sin \omega t , \text{ en Newton ; } F''_y = 0 ; \\ M''_0 = -1500 \sin \omega t , \text{ en Newton} \times \text{mètre} . \end{cases}$$

Torseur des efforts d'excitation globaux :

$$\begin{cases} F_{xc} = -1300 \sin \omega t, \text{ en Newton ;} \\ F_{zy} = -1000 \sin \omega t, \text{ en Newton ;} \\ M_y = -2500 \sin \omega t, \text{ en Newton} \times \text{mètre.} \end{cases}$$



Estimation des amortissements d'origine visqueuse

En caralementent :

$$f_{xc} = 4 \times \frac{1}{2} \rho C_x (D' + D'') h' V |V| \quad (C_x = 1,2)$$

$$+ \frac{1}{2} \rho C_z \pi R^2 V |V| \quad (C_z = 0,4)$$

$$= 3700 V |V|.$$

Coefficient d'amortissement quadratique :  $\tilde{B}_1 = 3700 \text{ kg/m.}$

Coefficient d'amortissement linéaire :

$$B_1 = \frac{8}{3\pi} \alpha_1 \omega \tilde{B}_1 = 2800 \alpha_1 \text{ kg/sec,}$$

$\alpha_1$  étant l'amplitude du mouvement de caralementent, inconnue a priori.

En pilonnement :

$$f_{z3} = \frac{1}{2} \rho C_z \pi R^2 V |V| = 410 V |V|.$$

$$B_2 = \frac{8}{3\pi} \alpha_2 \omega \times 410 = 310 \alpha_2 \text{ kg/sec.}$$

En tangage :

$$M_0 = 4 \times \frac{1}{2} \rho C_x \left\{ D' \int_0^{h'} z^3 dz + D'' \int_{h'}^h z^3 dz \right\} \dot{\theta} |\dot{\theta}|$$

$$= 3,4 \times 10^6 \dot{\theta} |\dot{\theta}|.$$

$$B_3 = \frac{8}{3\pi} \theta \omega \times 3,4 \cdot 10^6 = 2,6 \cdot 10^6 \theta \text{ kg \cdot m}^2/\text{sec.}$$



## Estimation des amplitudes des trois mouvements

En cavalement :

$$\begin{cases} M_1 = 1310 ; \\ K_1 = 9,01 ; \\ B_1 = 2300 |a_1| ; \\ f_1 = -1300 \operatorname{Re}(i e^{-i\omega t}). \end{cases}$$

$$x = \operatorname{Re}(a_1 e^{-i\omega t}).$$

$$M_1 \ddot{x} + B_1 |a_1| \dot{x} + K_1 x = -1300 \operatorname{Re}(i e^{-i\omega t}), \quad \forall t.$$

$$[-M_1 \omega^2 + K_1 - i\omega B_1 |a_1|] a_1 = -1300 i.$$

$$a_1 = \frac{1300 \cdot i}{1538 + 2520 i |a_1|}.$$

$$|a_1|^2 = \frac{(1300)^2}{(1538)^2 + (2520)^2 |a_1|^2}.$$

$$(2520)^2 |a_1|^4 + (1538)^2 |a_1|^2 - (1300)^2 = 0 ;$$

$$|a_1|^4 + 0,3725 |a_1|^2 - 0,2661 = 0 \Rightarrow |a_1|^2 = 0,3622.$$

$$|a_1| = 0,602 \text{ m}.$$

$$a_1 = \frac{1300 \cdot i}{1538 + 1517 \cdot i} = \frac{1300 \cdot i}{(1538)^2 + (1517)^2} (1538 - 1517 \cdot i) ;$$

$$a_1 = 0,4226 + 0,4284 \cdot i \quad (|a_1| = \sqrt{0,3621} = 0,602).$$

$$x = \operatorname{Re}(0,4226 + 0,4284 \cdot i)(\cos \omega t - i \sin \omega t).$$

$$x = 0,423 \cos \omega t + 0,429 \sin \omega t, \text{ en mètre.}$$

En pilonnement :

$$\begin{cases} M_2 = 1550 ; \\ K_2 = 9120 ; \\ B_2 = 310 |a_2| ; \\ f_2 = -1000 \operatorname{Re}(i e^{-i\omega t}). \end{cases}$$

$$a_2 = \frac{-1000 \times i}{7864 - 279i |a_2|}$$

$$|a_2| = 0,127 \text{ m.}$$

$$a_2 = \frac{-1000 \times i}{7864 - 35 \times i} = - \frac{1000 \times i}{(7864)^2 + (35)^2} (7864 + 35 \times i)$$

$$a_2 = 0,001 - 0,127 \times i .$$

$$r_y = 0,001 \cos \omega t - 0,127 \sin \omega t , \text{ en mètre.}$$

En tangage :

$$\begin{cases} J = 43600 ; \\ K_3 = 27650 ; \\ B_3 = 2,6 \cdot 10^6 |\theta| ; \\ M_0 = -2500 \operatorname{Re}(i e^{-i\omega t}). \end{cases}$$

$$\theta = \frac{2500 \times i}{7666 + 2340 \cdot 10^3 i |\theta|} = \frac{0,326 \times i}{1 + 305 \times i |\theta|}$$

$$|\theta| = 0,0326 \text{ radian} = 1,87 \text{ degré.}$$

$$\theta = 0,0325 + 0,0033 \times i .$$

$$\theta = 0,0325 \cos \omega t + 0,0033 \sin \omega t , \text{ en radian.}$$

Débattements horizontaux de la bouée instrumentée au niveau de la surface libre :

$$X = x + 18 \theta = 1,008 \cos \omega t + 0,488 \sin \omega t .$$

$$|X| = 1,120 \text{ m} .$$



## Sensibilité de la bouée à l'action du courant

Hypothèse :

$V = V_0 \frac{z}{h}$ ,  $z$  étant compté à partir du centre  $O$  de la sphère.

Effort de trainée :

$$F_0 = 2 \rho C_x D' V_0^2 \int_0^{h'} \left(\frac{z}{18}\right)^2 dz + 2 \rho C_x D'' V_0^2 \int_{h'}^h \left(\frac{z}{18}\right)^2 dz ;$$

$$F_0 = 830 \cdot V_0^2 \text{ en N.}$$

Moment des efforts de trainée :

$$M_0 = 2 \rho C_x D' V_0^2 \int_0^{h'} \left(\frac{z}{18}\right)^2 z dz + 2 \rho C_x D'' V_0^2 \int_{h'}^h \left(\frac{z}{18}\right)^2 z dz ;$$

$$M_0 = 10600 V_0^2 \text{ en N} \cdot \text{m.}$$

Déport horizontal :

$$X_0 = \frac{F_0}{K_1} = 92 V_0^2 \text{ en m.}$$

Déport angulaire :

$$\Theta_0 = \frac{M_0}{K_3} = 0,38 V_0^2 \text{ en radian} = 22 V_0^2 \text{ en degré.}$$

Déport global de la bouée instrumentée au niveau de la surface libre :

$$X_0 = X_0 + 18 \Theta_0 = 99 V_0^2 \text{ en m.}$$